

**5. ASIM-Workshop**  
Modellierung, Regelung und Simulation in Automotive und Prozessautomation  
**19./20. Mai 2011, Wismar, Germany**

**Schätzung der Masse eines Kraftfahrzeugs  
während des Ausrollens**

**Christoph Hartung\*, Michael Siegert\*, Ferdinand Svaricek\***

*\* Institut für Steuer- und Regelungstechnik, Universität der Bundeswehr München*



Dipl.-Ing. Christoph Hartung

19./20. Mai 2011

**Gliederung**

1. Motivation
2. Kräfte am Fahrzeug
3. Methode der Schätzung
4. Simulationsumgebung
5. Simulationsergebnisse
6. Zusammenfassung und Ausblick



Dipl.-Ing. Christoph Hartung

1

19./20. Mai 2011

### Die Masse eines Kraftfahrzeugs

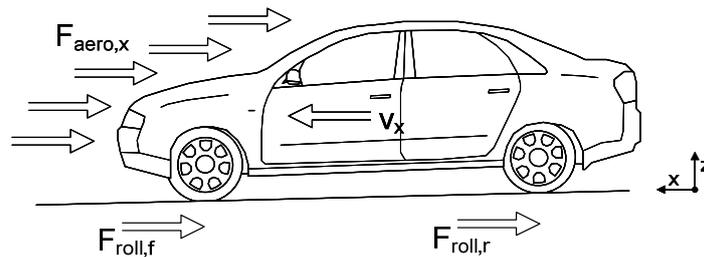
- beeinflusst wesentlich die Fahrdynamik des sich bewegenden Fahrzeugs auf der Straßenoberfläche.
- kann sich von Fahrt zu Fahrt in einem großen Wertebereich ändern.
- ist ohne zusätzliche Messtechnik nur sehr schwer zu ermitteln.

### Mit Kenntnis der Fahrzeugmasse

- können Fahrerassistenzsystem (Sicherheitssysteme) verbessert,
- das Bremsverhalten optimiert,
- Gefahrensituationen besser bewältigt,
- der Antrieb optimiert und somit auch
- Emissionen reduziert werden.



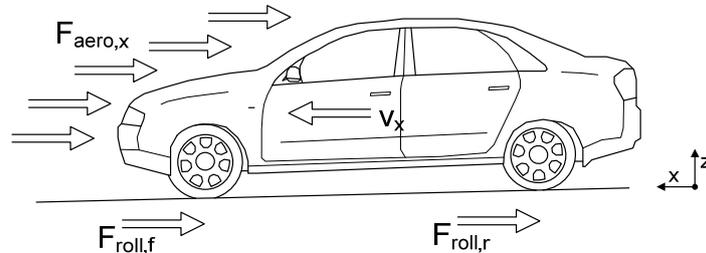
### Kräfte während des Ausrollens (1/2)



$$\begin{aligned}
 \text{Kräftebilanz: } F &= m \cdot a_x = - \sum_{i=1}^n F_{\text{roll},i} - F_{\text{aero},x} \\
 &= -F_R - F_{\text{aero},x} \\
 F_{\text{aero},x} &= -F_R - m \cdot a_x
 \end{aligned}$$



Kräfte während des Ausrollens (2/2)



$$F_{aero,x} = -F_R - m \cdot a_x$$

$m = \text{const.}, F_R \approx \text{const.}$

$$c_w \cdot A \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v_x^2 = [-1 \quad -a_x] \cdot \begin{bmatrix} F_R \\ m \end{bmatrix}$$

$$k \cdot v_x^2 = y = \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{x}$$

n verschiedene Messungen

$$k \cdot \begin{bmatrix} v_{x,1}^2 \\ \vdots \\ v_{x,i}^2 \\ \vdots \\ v_{x,n}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_i \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -a_{x,1} \\ \vdots & \vdots \\ -1 & -a_{x,i} \\ \vdots & \vdots \\ -1 & -a_{x,n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_R \\ m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1^T \\ \vdots \\ c_i^T \\ \vdots \\ c_n^T \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}$$

$\mathbf{y} \in \mathbb{R}^n, \mathbf{C} \in \mathbb{R}^{n \times 2}, \mathbf{x} \in \mathbb{R}^2$



Dipl.-Ing. Christoph Hartung

Lösung eines überbestimmten Gleichungssystems

Ansatz: Gauß-Markoff-Modell

$$\mathbf{y} = \mathbf{C} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{w}$$

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{C} \cdot \hat{\mathbf{x}}$$

$$\mathbf{e} = \hat{\mathbf{y}} - \mathbf{y}$$

- $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$  - gestörter Messvektor
- $\hat{\mathbf{y}} \in \mathbb{R}^n$  - geschätzter Messvektor
- $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^m$  - Parametervektor
- $\hat{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^m$  - geschätzter Parametervektor
- $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{n \times m}$  - Datenmatrix
- $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^n$  - unkorreliertes weißes Rauschen
- $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  - Kovarianzmatrix von  $\mathbf{y}$
- $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{m \times m}$  - Kovarianzmatrix von  $\hat{\mathbf{x}}$

Methode der kleinsten Fehlerquadrate

$$\min_{\hat{\mathbf{x}}} \sum_{i=1}^n \frac{e_i^2}{r_{ii}} = \min_{\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{e}^T \cdot \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{e} = \min_{\hat{\mathbf{x}}} (\mathbf{C} \cdot \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{y})^T \cdot \mathbf{R}^{-1} \cdot (\mathbf{C} \cdot \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{y})$$

Lösung:  $\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{C}^T \cdot \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{C})^{-1} \cdot \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{y}$

mit der Kovarianzmatrix  $\mathbf{P} = (\mathbf{C}^T \cdot \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{C})^{-1}$

- Nachteil:
- mehrere Matrixoperationen großer Matrizen müssen durchgeführt werden.
  - hoher Speicherbedarf, hohe Rechenkapazität.
  - Es müssen mindestens m Messwerte vorhanden sein.
  - Bei neuem Messwert müssen alle bisherigen erneut verarbeitet werden.



Dipl.-Ing. Christoph Hartung

## Lösung eines überbestimmten Gleichungssystems

### Rekursiver Gauß-Markoff Schätzer

da  $\mathbf{w}$  unkorreliert ist ( $\mathbf{R}$  ist eine Diagonalmatrix), kann

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{C}^T \cdot \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{C})^{-1} \cdot \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{y}$$

wie folgt rekursiv berechnet werden

1. Berechnung der Koppelmatrix  $\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k-1} \cdot \mathbf{c}_k \cdot (\mathbf{c}_k^T \cdot \mathbf{P}_{k-1} \cdot \mathbf{c}_k + \Gamma_{kk})^{-1}$
2. Innovation des Schätzwertes  $\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k-1} + \mathbf{K}_k \cdot (\mathbf{y}_k - \mathbf{c}_k^T \cdot \hat{\mathbf{x}}_{k-1})$
3. Innovation der Kovarianzmatrix  $\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_{k-1} - \mathbf{K}_k \cdot \mathbf{c}_k^T \cdot \mathbf{P}_{k-1}$

Dieses Verfahren gleicht einem KALMAN-FILTER ohne Prädiktions-Schritt ( $\dot{\mathbf{x}} = 0$  bzw.  $\hat{\mathbf{m}}_k = \hat{\mathbf{m}}_{k-1}$ ).

- Vorteile:
- Schätzung kann mit beliebigen Anfangswerten  $\hat{\mathbf{x}}_0 = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{r}}_{R,0} \\ \hat{\mathbf{m}}_0 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{P}_0$  beginnen.
  - Bei neuem Messwert  $\mathbf{y}_{k+1}$  muss nur  $\hat{\mathbf{x}}_k$  und  $\mathbf{P}_k$  verarbeitet werden.
  - Restriktionen sind leicht in das Modell zu integrieren  $m_{\min} \leq \hat{\mathbf{m}}_k \leq m_{\max}$ .
  - Anpassung der Schätzung durch Wahl des Parameter  $\Gamma_{kk}$  möglich.
  - deutlich weniger Rechenkapazität / Speicher notwendig.



## Automotive Simulation Model (ASM) der Fa. dSPACE

### Modellbeschreibung

- Mehrkörpersystem mit 24 Freiheitsgraden
- Antriebsstrang mit elastischen Wellen
- kennlinienbasierter Motor
- semiempirisches Radmodell
- Fahrzeugmehrkörpersystem mit Fahrwerkkinematik und Aerodynamik
- Lenkmodell.



Quelle: [http://www.dspace.com/de/gmb/home/company/dspace\\_pressroom/press/pr0804003.cfm](http://www.dspace.com/de/gmb/home/company/dspace_pressroom/press/pr0804003.cfm)

### Fahrzeugmodell Audi A4 BJ 2001

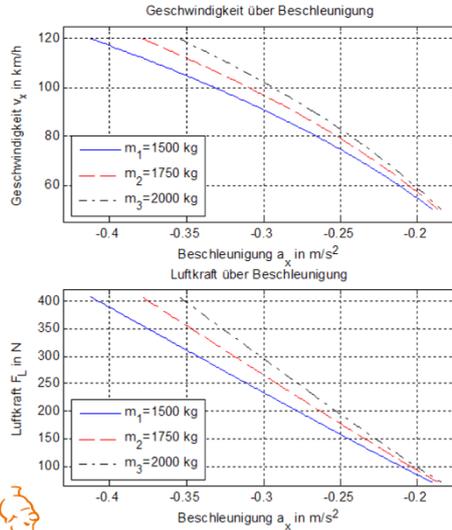
- $c_w = 0,28$
- $A = 2,14 \text{ m}^2$
- $\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$
- verschiedene Fahrzeugmassen  
 $m_1 = 1500 \text{ kg}$ ;  $m_2 = 1750 \text{ kg}$ ;  $m_3 = 2000 \text{ kg}$

### Simulation

- Lange gerade Fahrbahn
- Beschleunigung auf 120km/h
- Auskuppeln und Ausrollen lassen
- Messung der Längsbeschleunigung und der Geschwindigkeit
- Abtastzeit  $\Delta T = 0,1 \text{ s}$



## Messwerte aus der Simulation



deutlicher Unterschied zwischen den Fahrzeugmassen nur bei hohen Geschwindigkeiten ( $v_x > 80$  km/h) zu erkennen.

Wie erwartet ein annähernd linearer Verlauf zwischen Luftkraft ( $\sim v_x^2$ ) und Beschleunigung  $a_x$ .

**Der Anstieg der Geraden entspricht den Fahrzeugmassen.**

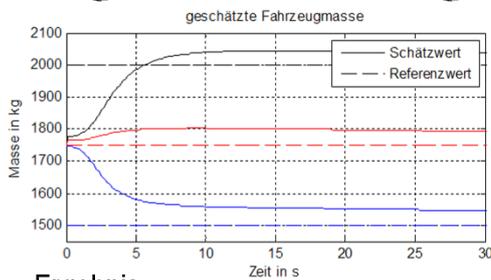


Dipl.-Ing. Christoph Hartung

8

19./20. Mai 2011

## Ergebnisse der Schätzung



### Ergebnis

bereits nach 10s gute Schätzwerte

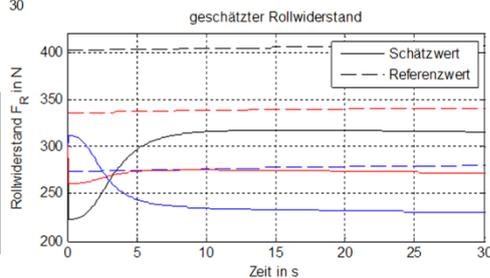
t = 10s	$m_1 = 1500\text{kg}$	$m_2 = 1750\text{kg}$	$m_3 = 2000\text{kg}$
$\hat{m}_{10s}$	1559,2 kg	1802,4 kg	2039,2 kg
$\hat{m}_{10s} - m$	59,2 kg	52,4 kg	39,2 kg
$\hat{F}_{R,10s}$	276,5 N	338,3 N	404,2 N
$\hat{F}_{R,10s}$	234,9 N	275,3 N	315,9 N



Dipl.-Ing. Christoph Hartung

### Schätzparameter

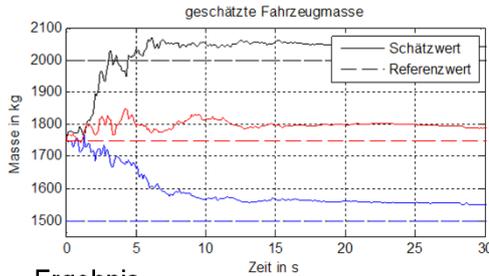
$\hat{m}_0 = 1750$  kg, Initialwert für die Masse  
 $\hat{F}_{R,0} = 300$  N, Initialwert für den Rollwiderstand  
 $P_0 = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$ , Kovarianzmatrix von  $\hat{x}_0$   
 $r_{ii} = 0,05$ , Varianz von  $y$



9

19./20. Mai 2011

## Ergebnisse der Schätzung (gestörte Geschwindigkeit)



### Schätzparameter

$\hat{m}_0 = 1750 \text{ kg}$ , Initialwert für die Masse  
 $\hat{F}_{R,0} = 300 \text{ N}$ , Initialwert für den Rollwiderstand  
 $P_0 = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$ , Kovarianzmatrix von  $\hat{x}_0$   
 $r_{ij} = 0.05$ , Varianz von  $y$   
 $s_{v_x} = 0.5 \text{ km/h}$ , Std. der Störung auf  $v_x$

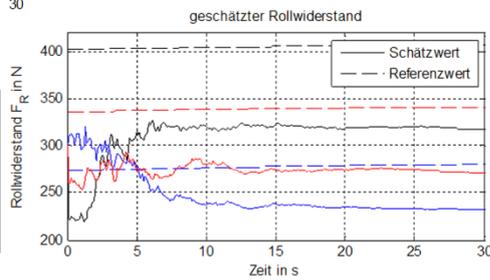
### Ergebnis

Schätzwerte nach  $t = 10 \text{ s}$

t = 10s	$m_1 = 1500\text{kg}$	$m_2 = 1750\text{kg}$	$m_3 = 2000\text{kg}$
$\hat{m}_{10s}$	1565,1 kg	1816,7 kg	2051,6 kg
$\hat{m}_{10s}-m$	65,1 kg	66,7 kg	51,6 kg
$F_{R,10s}$	276,5 N	338,3 N	404,2 N
$\hat{F}_{R,10s}$	236,8 N	280,8 N	320,0 N



Dipl.-Ing. Christoph Hartung



10

19./20. Mai 2011

## Fehlerquellen (1/2)

- Alle Schätzwerte sind 40 – 60 kg zu hoch  
 → alle rotierenden Teile erzeugen einen zusätzlichen Beschleunigungswiderstand, sodass

$$\hat{m} = m + \sum_i^n \frac{J_{R_i}}{r_i \cdot R_i} \text{ gilt.}$$

- Systematische Fehler in der Beschleunigungsmessung

$$F_{aero,x} = -F_R - m \cdot (a_x + a_{x,off}) = -F_R - m \cdot a_{x,off} - m \cdot a_x$$

$$F_{aero,x} = [-1 \quad -a_x] \cdot \begin{bmatrix} F_R + m \cdot a_{x,off} \\ m \end{bmatrix} = [-1 \quad -a_x] \cdot \begin{bmatrix} F'_R \\ m \end{bmatrix}$$

Ein konstante Steigung der Fahrbahn (Offset in  $a_x$ ) verfälscht also den geschätzten Rollwiderstandswert.

Dies hat aber **keinen Einfluss** auf die Schätzung der Fahrzeugmasse!



Dipl.-Ing. Christoph Hartung

11

19./20. Mai 2011

**Fehlerquellen (2/2)**

- Systematische Fehler in der Berechnung der Luftkraft wirken sich linear auf die Schätzwerte aus  $\hat{\underline{x}} = \underbrace{(\mathbf{C}^T \cdot \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{C})^{-1} \cdot \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{R}^{-1}}_{\mathbf{K}} \cdot \underline{y}$   $\hat{\underline{x}} = \begin{bmatrix} \hat{F}_R \\ \hat{m} \end{bmatrix}$   $\underline{y} = F_{aero,x}$

$$\text{mit } F_{aero,x} = c_w \cdot A \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v_x^2.$$

Parameter  $c_w$  und Stirnfläche  $A$  sind konstant für einen Fahrzeugtyp. Luftdichte  $\rho$  ist variabel und abhängig von Wetter und Höhe.

$$\rho_{0^\circ\text{C}} = 1,293 \text{ kg/m}^3 \quad \rho_{25^\circ\text{C}} = 1,184 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho = 1,239 \pm 0,055 \text{ kg/m}^3$$

$$\Delta\rho/\rho \approx \pm 4,5\% \quad \rightarrow \quad \Delta\hat{m}_{1750\text{kg}} \approx \pm 79 \text{ kg}$$

Geschwindigkeit  $v_x$  geht quadratisch in die Berechnung ein.

$$\Delta v_x/v_x = \pm 3\% \quad \rightarrow \quad \Delta\hat{m}_{1750\text{kg}} \approx \pm 107 \text{ kg}$$

**Vorteile**

- Eine gute Schätzung der Fahrzeugmasse aus der Geschwindigkeit und der Beschleunigung beim Ausrollen eines Fahrzeugs ist möglich.
- konstante Steigung der Fahrbahn und
- Offsetfehler in der Beschleunigungsmessung sowie
- weißes Rauschen in der Geschwindigkeitsmessung haben keinen Einfluss auf die Güte der Schätzung.

**Nachteile**

- Die Luftkraft muss gut berechnet werden können.
- Dafür müssen  $c_w$ ,  $A$  und  $\rho$  ausreichend gut bekannt sein.
- Störungen in der Beschleunigungsmessung sind bei dieser Methode nicht berücksichtigt.
- Systematische Geschwindigkeitsfehler sowie Wind verfälschen die Schätzung sogar quadratisch.



**Ausblick**

- Integration der Antriebskraft in das Modell, damit die Nachteile der Luftwiderstandskraft reduziert werden
- Integration weiterer Messgrößen zur Stabilisierung der Schätzung
- Untersuchung des Modells mit anderen Schätzmethoden
- Untersuchung des Verfahrens mit realen Messungen

**Vielen Dank für die Aufmerksamkeit!**

